Úloha 1.

Ve fotbalové Lize mistrů se ve skupině potkávají tradičně 4 týmy. V roce 2013 se ve skupině D potkaly tyto týmy:

- Bayern Mnichov
- Manchester City
- CSKA Moskva
- Viktoria Plzeň

(a) Kolika způsoby mohla skupina skončit, když ji vyhrál Bayern Mnichov?

(b) Kolika způsoby mohla skupina skončit, když ji vyhrál Manchester City?

(c) Kolika způsoby mohla skupina skončit?

(d) Kolika způsoby mohla skupina skončit, když Viktoria Plzeň se umístila třetí?

(e) Kolikrát více je všech pořadí než těch, ve kterých je Viktoria Plzeň před CSKA Moskva?

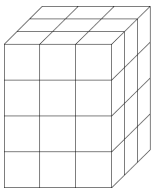
Následující úloha se skládá z několika podúloh. Rozdělte podúlohy do několika skupin (může to být i jen jediná skupina) tak, že všechny podúlohy v jedné skupině mají stejný výsledek. Výsledek podúloh v rámci skupiny není nutné určit a ***není podstatný****. Hledejte důvody pro svá rozhodnutí.*

Úloha 2.

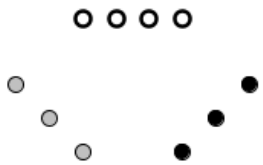
(a) Určete počet různých cest ze západního města do východního.

(b) V restauraci v rámci poledního menu nabízejí na výběr ze 3 polévek, 4 hlavních jídel a 3 dezertů. Host si objedná jednu polívku, jedno hlavní jídlo a na závěr jeden dezert. Kolika způsoby může své menu sestavit?

(c) Z kolika krychliček se skládá kvádr na obrázku?



(d) Kolik úseček s různobarevnými konci lze dokreslit do obrázku?



(e) Do každého políčka tabulky 3×3 napíšeme jedno z písmen A, B, C, D. Kolika způsoby lze takto tabulku vyplnit?

Úloha 3.

Na obrázku jsou výsledky běhu na 200 m mužů z Olympijských her v Londýně z roku 2012.

	Usain BOLT	JAM	19.32
	Yohan BLAKE	JAM	19.44
	Warren WEIR	JAM	19.84
4	Wallace SPEARMON	USA	19.90
5	Churandy MARTINA	NED	20.00
6	Christophe LEMAITRE	FRA	20.19
7	Alex QUINONEZ	ECU	20.57
8	Anaso JOBODWANA	RSA	20.69

(a) Kolika způsoby se mohly obsadit stupně vítězů? (tj. dva závody považujeme za různé, pokud se liší alespoň na jedné medailové pozici)

(b) Kolika způsoby mohl závod skončit tak, aby pořadí vlajek bylo úplně stejné jako při skutečném závodě? (tj.)

(c) Jak by se změnila odpověď na otázku (b), pokud by Alex Quinonez běžel o sekundu rychleji?

(d) Kolika způsoby by mohl závod skončit tak, aby pořadí vlajek bylo ?

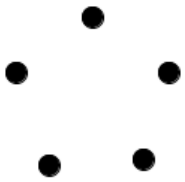
(e) Každé pořadí vlajek se objeví při několika různých pořadích závodníků. Při kolika?

(f) Prozradíme, že celkem existuje 6720 pořadí vlajek. Zjistěte z toho, kolik existuje různých pořadí závodníků. Umíte počet pořadí závodníků spočítat i přímo? (tj. bez využití čísla 6720)

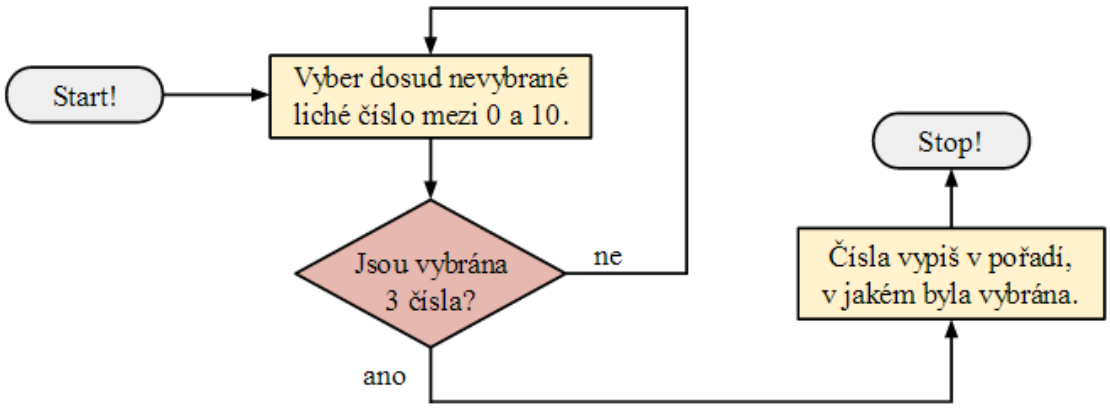
Úloha 4.

(a) Závodu se zúčastnilo 5 sportovců. Kolika způsoby se můžou obsadit stupně vítězů?

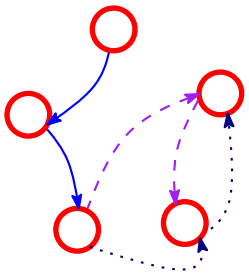
(b) Na obrázku je 5 bodů. Kolik trojúhelníků s vrcholy v těchto bodech lze nakreslit?



(c) Kolika způsoby může skončit následující program?



(d) Kolika způsoby lze naplánovat letecký výlet do 3 měst? (V jednom městě začneme a do dalších dvou cestujeme.) Každá dvě města z těchto pěti jsou spojena obousměrnou leteckou linkou. Na obrázku jsou příklady tří takových výletů.



(e) Z čísel $2, 3, 4, 5, 6$ vybereme tři různá a spočteme jejich součin. Kolik různých součinů takto můžeme získat?

Úloha 5.

Na obrázku jsou výsledky závodu v rychlobruslení na 1000 m žen z Olympijských her v Soči z roku 2014.

	Hong ZHANG	CHN	1:14.02
	Ireen WÜST	NED	1:14.69
	Margot BOER	NED	1:14.90
4	Olga FATKULINA	RUS	1:15.08
5	Lotte van BEEK	NED	1:15.10
6	Marrit LEENSTRA	NED	1:15.15
7	Heather RICHARDSON	USA	1:15.23

(a) Kolika způsoby mohl závod skončit tak, aby nedošlo ke změnám na medailových pozicích?

(b) Při kolika různých pořadích závodnic by bylo stejné pořadí vlajek jako při skutečném závodě?

(c) Každé pořadí vlajek se objeví při několika různých pořadích závodnic. Při kolika?

(d) Zjistěte počet všech možných pořadí závodnic a počet pořadí vlajek.

Úloha 6.

Všech dvanáct linek z plánu je třeba rozdělit mezi letecké společnosti tak, aby každá ze společností mohla dopravit cestující ze západního města do východního. Kolika způsoby to lze provést, jestliže:

(a) rozdělujeme mezi čtyři letecké společnosti?

(b) rozdělujeme mezi tři letecké společnosti?

(c) rozdělujeme mezi dvě letecké společnosti?

Shrnutí: (Postupný výběr) V úlohách 3, 4 a 5 jsme se zabývali situací, kdy ze skupiny n lidí vybíráme k zástupců, jimž přiřazujeme k **různých rolí** (tedy například vybíráme zlatého, stříbrného a bronzového medailistu). V takových případech máme na výběr

$$\underbrace{n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1)}_{k \text{ čísel}}$$

možností.