

Bonusový materiál se skládá ze dvou částí. V první z nich se podíváme na jednu speciální hru, která má nečekané souvislosti s biologií a evolucí. V části druhé nabídneme k volnému hraní desítku her podobných, byť trochu náročnějších, těm z předchozích hodin.

1 Hra života

1.1 O co jde?

Hru života vymyslel v roce britský matematik John Conway. Nejedná se o hru v klasickém smyslu, nejsou zde žádní hráči a nelze vyhrát ani prohrát. Slovo hra v názvu spíše odpovídá obsažené hravosti.

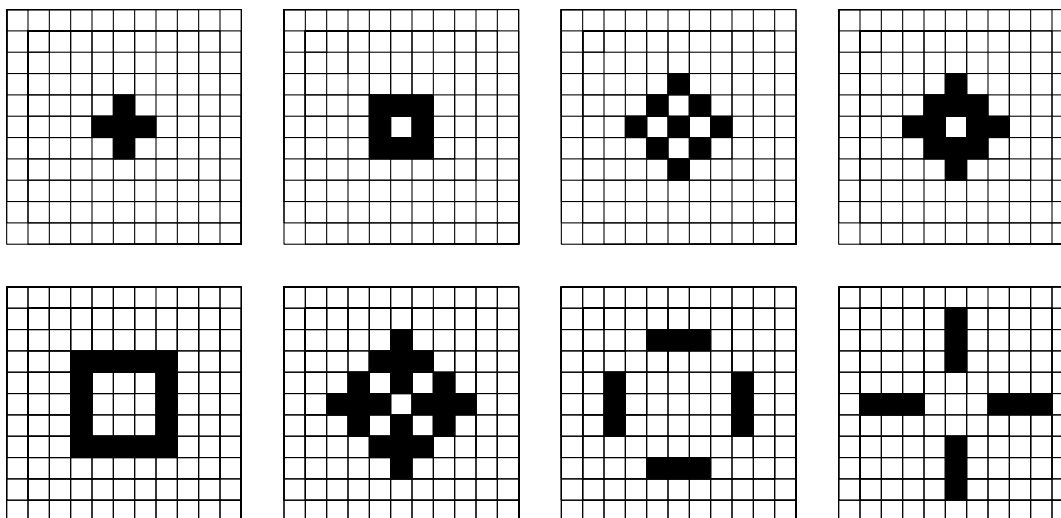
Hra života je určena sadou jednoduchých pravidel, která vedou k velmi složitému chování. Je ukázkou toho, jak překvapivě propojen je matematický svět se světem reálným.

Hru budeme hrát na nekonečné čtvercové síti a jejím políčkům budeme říkat buňky. Každá buňka je daném čase buďto živá nebo mrtvá. Vždy na základě situace v konkrétním čase t odvodíme situaci v čase $t + 1$.

Pravidla jsou následující.

1. (Smrt z izolace) Každá živá buňka s méně než dvěma živými sousedy zemře.
2. (Přežití) Každá živá buňka se dvěma nebo třemi živými sousedy zůstává žít.
3. (Smrt z přelidnění) Každá živá buňka s více než třemi živými sousedy zemře.
4. (Narození) Každá mrtvá buňka s právě třemi živými sousedy oživne.

Úloha: V následující sekvenci zobrazují bílá políčka mrtvé buňky a černá políčka živé buňky. Naneštěstí se nám do sekvence vloudily chyby. Změňte stav přesně pěti buněk tak, aby celá sekvence proběhla přesně podle popsaných pravidel.



1.2 Zvykáme si

Úloha: Shlukům buněk, které se nijak nevyvíjí v čase, říkáme zátíší. Nalezněte zátíší, které s skládá ze čtyřech živých buněk.

Úloha: Shlukům buněk, jejichž původní tvar se obnoví přesně po dvou krocích říkáme oscilátory s periodou 2. Nalezněte oscilátor s periodou dva složený ze tří živých buněk.

Úloha: Zkuste uhodnout odpovědi na následující otázky.

1. Existují oscilátory jakékoliv periody?
2. Pokud jeden stav vznikne z druhého, nazveme ten první rodičem a ten druhý potomkem. Existuje stav, který nemá žádného rodiče?
3. Existuje počáteční stav, který se po uplynutí nějaké doby posune?
4. Existuje počáteční stav, který vede k neomezenému růstu počtu živých buněk?

1.3 Ukázka

Je čas ukázat si, jak komplikovaného a překvapivého chování lze ve hře života docílit.

- <https://www.youtube.com/watch?v=C2vgICfQawE>
Video, v němž hra života produkuje všemožné tvary.
- <https://www.youtube.com/watch?v=xP5-iIeKXE8>
Hra života dokáže simulovat sama sebe.
- <https://www.youtube.com/watch?v=KJe9H6qS82I>
Existuje mnoho verzí hry života. Tato nedělí rovinu na dílky, ale chová se „spojitě“. Připomíná vám něco?
- <https://www.youtube.com/watch?v=xOL0gXEE15c>
Další spojitá verze, tentokrát s mnoha různými typy buněk znázorněnými rozdílnými barvami.

1.4 Pár zajímavostí na závěr

- V současnosti se prudce rozvíjí vědní obory, které se snaží využít chování hry života a jejich odnoží k modelování reálných jevů, například proudění tepla, interakci částic či předpovídání zemětřesení.
- Hra života dovede při vhodném počátečním rozestavení simulovat práci počítačového procesoru, a plnit tak výpočetní úkony. Není to sice praktické, ale v principu lze každou výpočetní úlohu vyřešit pomocí hry života.
- Zvolíme-li na obrovské ploše počáteční rozestavení náhodně (například si pro každou buňku hodíme mincí, zda bude živá či mrtvá), pak téměř jistě postupem času vznikne útvar schopný reprodukce. Tedy útvar, který je schopen sám sebe kopírovat. Takovým „živým“ útvarům budeme říkat zvířata.

- Nyní je již nabíledni, že na velkých plochách bude docházet k tomu, že se různé kmeny zvířat budou setkávat. Toto setkání se může stát osudným pro jeden či oba z kmenů, celkově však bude platit, že přežívá ten, kdo je lépe přizpůsoben prostředí (evoluce druhů).

Můžeme si také představit, že vyspělé zvíře kolem sebe pro svou ochranu neustále střílí (imunita). Občas se může stát, že nějaký útvar (virus) jeho obranu prolomí a způsobí ve stavbě zvířete nějakou změnu (mutace). Drtivá většina mutací bude smrtelná, ovšem občas se vyskytnou takové, které zvíře posílí. Na velmi velké ploše tak nutně vznikají stále se vyvíjející zvířata.

Zajímavé analogie, že?

2 Volné hraní

V této části nabízíme několik zajímavých matematických her, v nichž má jeden z hráčů vždy vítěznou strategii. Úkolem je vždy zjistit, který z hráčů to je, a jak ona vítězná strategie vypadá. Vřele doporučujeme hry opravdu hrát.

Hra: Jirka a Petr střídavě pokládají na šachovnici 8×8 věže své barvy. Vyhrává ten, kdo jako první může místo položení další své věže vzít věž soupeři.

Hra: Jirka a Petr si nedají pokoj a zkusí se střelci místo věží.

Hra: Bára s Veronikou střídavě lámou čokoládu 6×4 (jen rovně podél spár). Dohodli se, že nikdy nesmí vzniknout čtvereček 1×1 . Ta, která nemá co rozlomit, prohrává celou čokoládu.

Hra: V řadě za sebou je napsáno několik minusů. Dva hráči střídavě provádějí tahy – mohou vždy jeden minus nebo dva sousední minusy přepsat na plusy. Kdo nemůže táhnout, prohrál.

Hra: Stejná hra jako ta předchozí tentokrát s minusy napsanými nikoliv v řadě, ale na obvodu kružnice.

Hra: Je dána tabulka o rozměrech 20×14 . Hráč si ve svém tahu vybere podčtverec tabulky, ve kterém ještě není žádné políčko vybarvené, a celý ho vybarví. Kdo nemá tah, prohrává. Najděte a popište vítěznou strategii pro prvního hráče.

Hra: Eliška a Jonáš ukořistili truhlu plnou zlatých kulatých mincí a rozhodli se zahrát si o ně hru. Odněkud vytáhli čtvercový stůl a postupně na něj pokládají mince. Ten, kdo je zrovna na řadě, na stůl položí jednu minci tak, aby (ani zčásti) neležela na jiné minci a nepřesahovala okraj stolu. Začíná Eliška. Prohraje ten, kdo už na stůl nemůže položit další minci.

Hra: Figurka lenochoda se po šachovnici pohybuje tak, že v každém tahu jde o jedno pole dolů, nahoru, doleva či doprava. Prvním tahem se lenochod umístí na libovolné pole šachovnice 8×8 . V každém dalším tahu se pohne o jedno pole tak, že nesmí vstoupit na pole, kde už dříve byl. Kdo nemůže táhnout, prohrál.

Hra: První hráč umístí na šachovnici 8×8 figurku koně. Pak jí hráči střídavě táhnou tak, že nesmí vstoupit na pole, kde už dříve byla. Kdo nemůže táhnout, prohrál.